

$$f(x) = x(\sqrt{x^2 + 2x} + x - x) \quad \text{(تمرين 1)}$$

$$D_f = \mathbb{R} : \text{بين أن}$$

$$(2) \text{ أحسب النهايات التالية : } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x); \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x.$$

$$f(x) = ax^3 + x^2 - x + 1 \text{ حيث } a \in \mathbb{R} \quad \text{(تمرين 2)}$$

(1) نفرض أن  $a < -1$  بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا على الأقل في  $]0; 1[$ .

(2) نفرض أن  $a = 1$ .

(أ) أدرس تغيرات  $f$ .

(ب) حدد عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$ .

$$g(x) = x\sqrt{1+x^2} - 1 \quad (1) \quad \text{(تمرين 3)}$$

(أ) أدرس تغيرات  $g$ .

(ب) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  بحيث  $g(\alpha) = 0$  وأن  $0,7 < \alpha < 0,8$ .

(ج) استنتج إشارة  $g$  على  $\mathbb{R}$ .

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \sqrt{1+x^2} \quad (2)$$

(أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(ب) بين أن :  $\forall x \in \mathbb{R}; f'(x) = \frac{xg(x)}{\sqrt{1+x^2}}$  و استنتج جدول تغيرات  $f$ .

$$\begin{cases} g(x) = x + 2 - \sqrt{x}; x \geq 0. \\ g(x) = \sqrt{4-x} + x; x < 0. \end{cases} \quad \text{(تمرين 4)}$$

(1) بين أن  $g$  متصلة في  $0$ .

(2) أحسب (أ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$

(ج)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) - x$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - x$

(د)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{g(x) - g(0)}{x}$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{g(x) - g(0)}{x}$

(3) ليكن  $h$  قصور  $g$  على  $]-\infty, 0]$ :

$$\forall x < 0 : h'(x) = \frac{2\sqrt{4-x} - 1}{2\sqrt{4-x}}$$

(ب) بين أن :  $\forall x < 0 : h'(x) > 0$

(ج) بين أن  $h$  تقابل من  $]-\infty, 0]$  نحو مجال  $z$  يجب تحديده من ثم أحسب  $h^{-1}(x)$  لكل  $x$  من  $z$ .