ثانوية الفتح نيابة الخميسات	فرض منزلي رقم 03 الدورة الثانية 2006/2005	2 باك ع ت 01 + 2 باك ع ت 02 Prof : BENELKHATIR

■ **تمرين01:**

1)- إستعمل طريقة المكاملة بالأجزاء لحساب التكاملين:

$$I=\int_1^2\left(9x^2+12x+1\right)\ln x\,dx$$

و $J=\int_0^{\pi}(2x+\pi)\sin x\,dx$.

2)- أحسب التكاملين :

$$K=\int_{-1}^{0}\left(2x-1+\frac{2x^2-7x+9}{(x-1)^3}\right)dx$$

و $L=\int_0^1\frac{x}{1+x+x^2}dx$.

3)- أحسب التكامل $M=\int_0^1 e^{2x}\ln\left(1+e^x\right)dx$.

(يمكنك إنجاز مكاملة بتغيير المتغير)

4)- أحسب التكاملات التالية :

$I_1=\int_1^e\frac{1}{x^3+x}dx$ و $I_2=\int_{-1}^{0}\frac{1}{e^{-x}+2e^x}dx$

و $I_3=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{4-\sin^2 x}dx$.

■ **تمرين02:**

حدد الدالة الأصلية F للدالة f و التي تنعدم عند x_0 في الحالتين التاليتين :

$$(1):\begin{cases}f(x)=\frac{1}{x}\sqrt{\ln x}\\ x_0=e;I=]1,+\infty[\end{cases}$$

$$(2):\begin{cases}f(x)=\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\\ x_0=1;I=]0,+\infty[\end{cases}$$

■ **تمرين03:**

لكل n من $\mathbb{N}^*$ نضع : $u_n=\int_1^e x^2(\ln x)^n\,dx$

1)- إستعمل مكاملة بالأجزاء لحساب u_1 .

2)- بين أن: $\forall n\in\mathbb{N}^*:3u_{n+1}+(n+1)u_n=e^3$

ثم إستنتج u_2 و u_3 .

3)- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية و مصغورة ، ثم إستنتج أنها متقاربة .

4)- بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*:u_n\leq\frac{e^3}{n+1}$ ، ثم إستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

■ **مسألة:**

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$:

$$\begin{cases}f(x)=\frac{e^x-1}{x};x\neq0\\ f(0)=1\end{cases}$$ و $g(x)=1+(x-1)e^x$

و لكل x من $\mathbb{R}$ نضع : $I(x)=\int_0^x(x-t)e^t\,dt$.

1)- أ- أحسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ، ثم أدرس إشارتها و إستنتج رتابة الدالة g .

ب- بين أن الدالة g موجبة على $\mathbb{R}$.

2)- أ- بين أن: $\forall x\in\mathbb{R}:I(x)=e^x-(1+x)$.

(يمكنك إنجاز مكاملة بالأجزاء)

ب- بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}^+:\frac{x^2}{2}\leq I(x)\leq\frac{x^2}{2}e^x$

و $\forall x\in\mathbb{R}^-:\frac{x^2}{2}e^x\leq I(x)\leq\frac{x^2}{2}$

ج- إستنتج النهاية : $\lim_{x\to0}\frac{e^x-(1+x)}{x^2}$.

3)- أ- أحسب النهايتين $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم حدد طبيعة الفرعين اللانهائيين ل (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ب- بين أن الدالة f متصلة عند 0 .

4)- أ- بين أن f قابلة للإشتقاق عند 0 و حدد $f'(0)$.

ب- بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}^*:f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ، ثم إستنتج رتابة الدالة f و أنشىء جدول تغيراتها .

5)- أنشىء المماس (T) عند النقطة التي أفصولها 0 ، ثم المنحنى (C_f) .

abouzakariya@yahoo.fr