

تمرين 1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{1+u_n} \end{array} \right. \text{ و } \text{ نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة كمايلي:}$$

(1) أ - أثبت أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) , u_n > 0$

ب - أثبت أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) , u_n < 2$

(2) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية .

(3) لكل n من \mathbb{N} نضع : $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

ب - أحسب v_n ثم u_n بدلالة n .

ج - أحسب المجموع : $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$

تمرين 2 :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بمايلي: $f(x) = x - \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(\vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ - أحسب النهايتين التاليتين : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب - ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة f .

(2) أ - بين أن : $f'(x) = \left(\frac{2x + \sqrt{x} + 1}{2x\sqrt{x}} \right) (\sqrt{x} - 1)$ لكل x من المجال $]0; +\infty[$.

ب - اعط جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ - ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم ذي المعادلة $y = x$.

ب - أرسم المنحنى (C_f) .

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{array} \right. \text{ و } \text{ نعتبر المتتالية } (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ المعرفة كمايلي:}$$

أ - أثبت أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) , u_n > 1$

ب - بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

ج - استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .

تمرين 1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{3-2u_n} \end{array} \right. \text{ و } \text{نعتبر المتتالية } (u_n) \text{ المعرفة كمايلي:}$$

$$(1) \text{ أثبت أن : } 0 < u_n < 1, (\forall n \in \mathbb{N})$$

$$(2) \text{ بين أن المتتالية } (u_n) \text{ تناقصية .}$$

$$(3) \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ نضع : } v_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$$

$$\text{أ- بين أن } (v_n) \text{ متتالية هندسية أساسها } \frac{1}{3}.$$

$$\text{ب- أحسب } v_n \text{ ثم } u_n \text{ بدلالة } n.$$

$$\text{ج- أحسب المجموع : } S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$$

تمرين 2 :

$$f(x) = x - \frac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} \text{ نعتبر الدالة العددية } f \text{ المعرفة على } \mathbb{R} \text{ بمايلي:}$$

$$\text{وليكن } (C_f) \text{ منحناها في معلم متعامد ممنظم } (j; \vec{1}; \vec{0}).$$

$$(1) \text{ أ- أحسب النهايتين التاليتين : } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

$$\text{ب- ادرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة } f.$$

$$(2) \text{ أ- بين أن : } f'(x) = 1 - \left[(x-2)^2 + 1 \right]^{-\frac{3}{2}} \text{ لكل } x \text{ من المجال } \mathbb{R}.$$

$$\text{ب- اعط جدول تغيرات الدالة } f.$$

$$(3) \text{ أ- بين أن النقطة } I(2;2) \text{ نقطة انعطاف للمنحنى } (C_f).$$

$$\text{ب- أرسم المنحنى } (C_f).$$

$$(4) \text{ بين أن : } 2 \leq f(x) \leq x \text{ لكل } x \text{ من المجال } [2; +\infty[.$$

$$(5) \text{ نعتبر المتتالية } (u_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ المعرفة كمايلي:}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{array} \right. \text{ و}$$

$$\text{أ- أثبت أن : } 2 < u_n < 5, (\forall n \in \mathbb{N})$$

$$\text{ب- بين أن المتتالية } (u_n) \text{ تناقصية .}$$

$$\text{ج- استنتج أن المتتالية } (u_n) \text{ متقاربة ثم حدد نهايتها .}$$