ثانوية البيضاء	فرض محروس	الثانية باكالوريا علوم رياضية	مدة الانجاز : ساعتان
الأستاذ: لخصاصي ياسين			

التمرين الأول

لتكن f دالة معرفة ب : $f(x)=\dfrac{\ln\left(e^{2x}-1\right)}{e^{x}}$

A. • لتكن g دالة معرفة ب : $g(x)=2x-(x-1)\ln(x-1)$

1) أدرس تغيرات g وضع جدولا لتغيرات g

2) a) بين وجود عدد حقيقي α وحيد من $\left[e+1,e^{3}+1\right]$ يحقق $g(\alpha)=0$

b) حدد إشارة $g(x)$ حسب قيم x

•• لتكن h دالة معرفة ب : $h(x)=\dfrac{\ln(x^{2}-1)}{x}$

1) احسب $\lim\limits_{x\to 1}h(x)$ و بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=0$

2) احسب $h'(x)$ و بين أن إشارة $h'(x)$ هي إشارة $g\left(x^{2}\right)$ على D_g

3) بين أن h تزايدية على $\left]1;\sqrt{\alpha}\right[$ و تناقصية على $\left]\sqrt{\alpha};+\infty\right[$

B. 1) بين أن $\forall x\succ 0, f(x)=g\left(e^{x}\right)$

2) a) استنتج $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

b) حدد تغيرات f

c) بين أن f تقبل قيمة قصوى عند $\ln\sqrt{\alpha}$

3) أنشئ C_f منحنى الدالة f

التمرين الثاني

لتكن f دالة معرفة ب : $f(x)=\ln(x+1)-x$ ، $x\in\left]-1,+\infty\right[$

1) أدرس تغيرات f ثم استنتج أن $\ln(1+x)\leq x$ ، $\forall x\succ -1$

2) ليكن x من $\mathbb{N}^{*}$ ، $(n\geq 2)$

a) بين أن : $\dfrac{1}{n}\in\left]0;1\right[$ و $-\dfrac{1}{n+1}\in\left]-1;0\right[$

b) بين أن $\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)\leq\dfrac{1}{n}$ ثم بين أن: $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}\leq e$

c) بين أن : $\ln\left(\dfrac{n}{n+1}\right)\leq\dfrac{-1}{n+1}$ ثم بين أن : $\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)\geq\dfrac{1}{n+1}$ و $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}\geq e$

d) بين أن : $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n}\leq e\leq\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$

3) لكل n من $\mathbb{N}^*$. لتكن g دالة معرفة ب : $\begin{cases} x \in [0;1] \\ g(x) = e^{-x}\left(1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+.....+\frac{x^n}{n!}\right) \\ h(x) = g(x)+e^{-x}.\frac{x^n}{n!} \end{cases}$

a) ادرس تغيرات g و h على $[0;1]$

b) استنتج أن: $1+\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}+.....+\frac{1}{n!} \prec e \prec 1+\frac{1}{1!}+.....+\frac{1}{n!}+\frac{1}{n!}$