نيابة كلميم باب الصحراء

التمرين الاول:

لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = -1 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{2-U_n} \quad ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1-أ) بين انه لكل n من $\mathbb{N}$: $U_n < 1$

ب) بين ان (U_n) تزايدية قطعا .

2 - نضع لكل n من $\mathbb{N}$.

$$V_n = \frac{2}{1-U_n}$$

أ) بين ان (V_n) حسابية اساسها 2.

ب) احسب V_n بدلالة n ثم استنتج صيغة U_n بدلالة n .

التمرين الثاني:

في الفضاء المنسوب الى م م م م $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق :

$$x^2+y^2+z^2+x-\frac{1}{4}=0$$

1 بين ان (S) فلكة محددا مركزها ω وشعاعها R .

2 تعتبر النقط $E(2,3,-2)$ $F(-1,0,1)$ من الفضاء و H المسقط العمودي للنقطة ω على المستقيم (EF) .

أ)- اعط تمثيلا برامتريا للمستقيم (EF) .

ب)- بين ان مثلوت احداثيات H هو : $\left(\frac{-1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$.

ج- اتبث ان (EF) مستقيم مماس للفلكة (S) .

3- نعتبر المستوى (P) الذي معادلته الديكارتية : $2x-y+z+1=0$.

أ)- احسب مسافة ω عن المستوى (P) .

ب)- استنتج تقاطع الفلكة (S) والمستوى (P) .

التمرين الثالت :

1- احسب العددين الحقيقيين a و b بحيث $z \in \mathbb{C}$:

$$z^2-2i\sqrt{2}\ z-4=(z+a+bi)(z-\sqrt{2}-i\sqrt{2})$$

2- نعتبر الحدودية التالية للمتغير العقدي z : $P(z)=z^3-4i\sqrt{2}\ z^2-12z+8i\sqrt{2}$

تأكد أن: $P(z)=(z-2i\sqrt{2})(z^2-2i\sqrt{2}\ z-4)$

3-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$

4- نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي:

$$z_C=2i\sqrt{2} \quad ; \quad z_B=\sqrt{2}(-1+i) \quad ; \quad z_A=\sqrt{2}(1+i)$$

أ) - حدد الشكل المثلثي لكل من z_A و z_B و z_C .

ب)- حدد طبيعة المثلث ABC.

<u>التمرين الرابع:</u>

لتكن f الدالة العددية المعرفة كالتالي :

$$\begin{cases} f(x) = -x\ln(1-x) & , x<1 \\ f(1) = -1 & \\ f(x) = -1 + e^{x\ln(x-1)} & , x>1 \end{cases}$$

1-أ) بين ان f معرفة على $\mathbb{R}$.

ب) أدرس اتصال الدالة f في 1.

ج) احسب النهايات عند محدات $\mathbb{R}$.

2-أ) بين انه لكل x من المجال : $]1,+\infty[$ $\quad \dfrac{f(x)+1}{x-1} = e^{(x-1)\ln(x-1)}$

ب) استنتج ان f قابلة للاشتقاق على يمين 1.

ج) هل الدالة f قابلة للاشتقاق في 1 ؟

3-أ) احسب $f'(x)$ لكل $x<1$ وادرس اشارتها على المجال: $]-\infty,1[$

ب) ادرس تغيرات الدالة g حيث لكل $x>1$ $\quad g(x) = \ln(x-1) + \dfrac{x}{x-1}$

ج) أحسب $f'(x)$ واستنتج إشارتها على المجال $]1,+\infty[$.

د) انشئ جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

-4- ليكن (c) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم : $(o, \vec{i}, \vec{j})$

أ) حدد تقاطع (c) مع محوري المعلم.

ب) ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (c) .

ج) ارسم (c) في المعلم $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

5-أ) اوجد الاعداد الحقيقية a و b و c بحيث لكل $x \in]-\infty,1[$ $\quad \dfrac{x^2-2x}{x-1} = ax + b + \dfrac{c}{x-1}$

ب) استنتج الدوال الاصلية للدالة: $x \mapsto \dfrac{x^2-2x}{x-1}$ على $]-\infty,1[$