

1/2	الصفحة	الامتحان التجريبي لنيل شهادة البكالوريا
3 ساعات	مدة الإنجاز	
7	المعامل	المادة: الرياضيات الشعبة: علوم تجريبية

يسمح باستعمال حاسبة غير قابلة للبرمجة

التمرين 1 :

الجزء الأول : (5ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x) = e \ln(x) - x$

(C_f) المنحنى الممثل لها في المستوى منسوب لمعلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

1- حدد مجموعة تعريف الدالة العددية f 0.25

2-أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم اول هندسيا النتيجة 0.5

2-ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم تحقق من ان (C_f) يقبل المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x$ كاتجاه مقارب 0.75

بجوار $+\infty$

3-أ- حدد الدالة المشتقة f' ثم ادرس اشارة $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R}_+^* 0.75

3-ب- احسب $f(e)$ 0.25

3-ج- استنتج جدول تغيرات الدالة f 0.5

3-د- استنتج ان $f(x) < 0$ لكل x من $]0, e[\cup]e, +\infty[$ 0.5

4-أ- حدد نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) و ادرس وضعهما النسبي 0.5

4-ب- أنشئ (C_f) 1

الجزء الثاني : (2ن)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0 = e^2$ و $u_{n+1} = e \ln(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

1- اثبت ان المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ مصغرة بالعدد e 0.75

2- اثبت ان المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية (يمكنك استعمال 3-د - الجزء الاول) 0.5

3- استنتج ان المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة ثم حدد نهايتها 0.75

الجزء الثالث : (4.75)

نعتبر الدالة العددية F للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R}_+ بما يلي :

$$F(x) = e(x - x \ln(x)) + \frac{x^2}{2}, \quad x > 0$$

$$F(0) = 0$$

(C_F) المنحنى الممثل لها في المستوى منسوب لنفس المعلم المتعامد الممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

1-أ- بين ان F متصلة على اليمين في 0 0.5

2-ب- بين ان $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{F(x)}{x} = +\infty$ ثم استنتج دراسة الفرع اللانهائي للمنحنى (C_F) 0.75

2-أ- ادرس قابلية اشتقاق F على اليمين في 0 ثم اول النتيجة المحصل عليها هندسيا 0.5

3- اثبت انه لكل x من \mathbb{R}_+^* : $F'(x) = -f(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات الدالة F 0.75

أ- احسب $F''(x)$ لكل x من \mathbb{R}_+^* ثم استنتج ان النقطة $A\left(e, \frac{e^2}{2}\right)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_F) 0.75

- 4-ب- اعط معادلة مماس المنحنى (C_F) عند النقطة A 0.25
- 5- انشئ المنحنى (C_F) 0.75
- 6- حدد دالة G اصلية للدالة f معرفة على المجال $[1, e]$ ثم احسب $G(e) - G(1)$ 0.5

التمرين 2: (2.5 ن)

- يحتوي كيس على 8 كرات مرقمة من 1 الى 8 ، لا يمكن التمييز بينهم باللمس
نسحب عشوائيا في آن واحد 4 كرات
1- ، كم هو عدد السحبات الممكنة؟ 0.5
- 2- ليكن k عدد صحيح طبيعي بحيث $4 \leq k \leq 8$.
نريد سحب 4 كرات في آن واحد بحيث تكون الكرة رقم k هي التي لها اكبر رقم عند كل
سحبة . كم هو عدد هذه السحبات الممكنة؟ 0.5
- 3- استنتج ان $\sum_{k=4}^8 C_{k-1}^3 = C_8^4$ 0.5
- 4- نسحب ثلاث كرات من الكيس في آن واحد
أ- ماهو احتمال سحب كرة واحدة تحمل رقم فردي ؟ 0.5
- ب- ماهو احتمال سحب كرتين تحملان رقمين زوجيين على الأقل ؟ 0.5

التمرين 3: (2.75 ن)

- في الفضاء منسوب لمعلم متعامد منظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط C, B, A بحيث
 $\vec{OA} = \vec{i}; \vec{OB} = 2\vec{j}; \vec{OC} = 2\vec{k}$
1- أ- بين ان المتجهة $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ 0.25
- ب- استنتج ان النقط C, B, A غير مستقيمة ثم احسب مساحة المثلث CBA 0.75
- ج- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (CBA) 0.5
- 2- بين ان المستوى (CBA) مماس للفلكة التي مركزها O وشعاعها $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 0.5
- 3- نعتبر المستقيم (D) المعرف بالتمثيل البارامتري $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2t \\ z = t - 1 \end{cases}; t \in \mathbb{R}$ 0.75

بين ان المستقيم (D) مماس للفلكة التي أحد أقطارها $[O, B]$ وحدد نقطة تقاطعهما

التمرين 4: (3 ن)

- المستوى العقدي منسوب لمعلم متعامد ممظم $(O, \vec{e}_1; \vec{e}_2)$
نعتبر العدديين العقديين : $a = \frac{-1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}; b = \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}$ لحقي النقطتين A, B على التوالي
1- اثبت ان $B; A$ تنتميان للدائرة التي مركزها O وشعاعها 1 0.25
- 2- أ- تحقق من ان $a^2 = -1 - a = \bar{a}$ و $a^3 = 1$ (\bar{a} مرافق العدد a) 0.25
- ب- اكتب على الشكل المثلي الأعداد b ; ab ; a^2b 0.5
- 3- لتكن $C; D$ صورتي العدديين ab ; a^2b على التوالي
أ- حدد قياس كل من الزاويتين (\vec{DB}, \vec{DC}) ; (\vec{BC}, \vec{BD}) 0.5
- ب- استنتج ان المثلث DCB متساوي الأضلاع 0.5
- أ- حل في \mathbb{C} المعادلة $z^2 + bz + b^2 = 0$ 0.5
- ب- استنتج حلول المعادلة $z^3 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3 = 0$ في \mathbb{C} (E) 0.5