

مادة الرياضيات مدة الإنجاز: 3 ساعات	الإمتحان التجريبي للسنة الثانية بكالوريا علوم تجريبية	نيابة الخميسات
--	--	----------------

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

■ مسألة: (07 نقط و نصف)

-- الجزء الأول: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{1}{x} + \ln|x|$.

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد ومنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1)- حدد D_f ، ثم أحسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و اعط تأويلهما الهندسي. (0,75 ن)

(2)- حدد النهايتين $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، ثم أدرس الفرعين اللانهائين ل (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$. (1 ن)

(3)- أ- بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على D_f وأن: $\forall x \in D_f : f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$. (0,25 ن)

ب- إستنتج رتبة الدالة f و أنشئ جدول تغيراتها على D_f . (0,25 ن)

ج- بين أن (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها α ينتمي إلى المجال $]-2, -\frac{3}{2}[$. (0,5 ن)

(4)- بين أن $\forall x \in D_f : f''(x) = \frac{2-x}{x^3}$ ، ثم أدرس تقعر (C_f) و حدد إحداثيتي نقطة إنعطافه Ω . (0,5 ن)

(5)- أرسم المماس (T) عند نقطة الإنعطاف Ω و المنحنى (C_f) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) . (0,75 ن)

(6)- بين أن الدالة العددية F المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ ب: $F(x) = -x + (x+1)\ln x$ دالة أصلية للدالة f

على المجال $]0, +\infty[$. (0,25 ن)

(7)- إستنتج المساحة الهندسية للحيز D المحصور بين محور الأفاصيل و المنحنى (C_f) و المستقيمين اللذين

معادلتها $x=1$ و $x=e$. (0,25 ن)

-- الجزء الثاني:

لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$g(x) = \begin{cases} |x|e^{\frac{1}{x}}; x \in \mathbb{R}^* \\ g(0) = 0 \end{cases}$$

(1)- أ- بين أن $\forall x \in \mathbb{R}^* : g(x) = e^{f(x)}$ ، ثم إستنتج النهايتين $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x)$ و اعط

تأويلهما الهندسي. (0,75 ن)

ب- حدد طبيعة الفرعين اللانهائين ل (C_g) بجوار $+\infty$ و $-\infty$. (1 ن)

(2)- أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة g على يسار $x_0 = 0$ و اعط التأويل الهندسي للنتيجة المحصل عليها. (0,25 ن)

ب- أحسب $g'(x)$ على \mathbb{R}^* بدلالة $f'(x)$ ، ثم إستنتج تغيرات الدالة g إنطلاقاً من تغيرات الدالة f . (0,5 ن)

(3)- أنشئ المنحنى (C_g) في معلم متعامد و ممنظم. (0,5 ن)

<u>مادة الرياضيات</u> <u>مدة الإنجاز : 3 ساعات</u>	<u>الإمتحان التجريبي للسنة الثانية</u> <u>بكالوريا علوم تجريبية</u>	<u>نيابة الخميسات</u>
---	--	-----------------------

■ **التمرين الأول: (نقطتين و نصف)**

نعتبر المتتاليتين العدديتين $(u_n)_{n \geq 0}$ و $(v_n)_{n \geq 0}$ بحيث :

$$. \mathbb{N} \text{ لكل } n \text{ من } \begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n}; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases} \text{ و } v_n = \ln(u_n)$$

(1)- بين أن $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية و اعط أساسها و حدها الأول . (0,75 ن)

(2)- عبر عن الحد العام v_n بدلالة n لكل n من \mathbb{N} ، ثم إستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$. (0,5 ن)

(3)- لكل n من \mathbb{N}^* ، نضع $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_{n-1}$.

أ- عبر عن S_n بدلالة n لكل n من \mathbb{N}^* ، ثم إستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$. (0,5 ن)

ب- عبر عن P_n بدلالة S_n ، ثم إستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} P_n$. (0,75 ن)

■ **التمرين الثاني: (05 نقط)**

يحتوي صندوق على أربع كرات حمراء و كرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس .

(1)- نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق ، أحسب إحتمال كل حدث من الأحداث التالية :

" A_0 لم تسحب أية كرة سوداء " و " A_1 سحبت كرة واحدة سوداء بالضبط "

و " A_2 الكرتين المسحوبتين سوداوين " (0,75 ن)

(2)- بعد السحب الأول بقيت في الصندوق أربع كرات ، نجري سحبا ثانيا لكرتين بالتتابع و بدون إحلال .

و نعتبر الأحداث التالية :

" B_0 لم تسحب أية كرة سوداء عند السحب الثاني "

" B_1 سحبت بالضبط كرة واحدة سوداء عند السحب الثاني "

و " B_2 الكرتين المسحوبتين عند السحب الثاني سوداوين "

أ- أحسب الإحتمالات التالية : $p_{A_0}(B_0)$ و $p_{A_1}(B_0)$ و $p_{A_2}(B_0)$ ، ثم إستنتج $p(B_0)$. (1 ن)

ب- أحسب بنفس الطريقة الإحتمالين : $p(B_1)$ و $p(B_2)$. (1 ن)

ج- إذا علمت أنه عند السحب الثاني حصلنا على كرة سوداء بالضبط ، فما هو إحتمال الحصول على كرة واحدة

سوداء بالضبط عند السحب الأول ؟ (0,5 ن)

(3)- نعتبر الحدث:

" R لكي تسحب الكرتين السوداوين تم بالضبط إجراء السحب الأول والسحب الثاني "

بين أن : $p(R) = \frac{1}{3}$. (0,75 ن)

(4)- نسحب هذه المرة عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق ، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي

يربط كل سحبة ممكنة بعدد الكرات الحمراء المكونة لها .

حدد قانون إحتمال المتغير العشوائي X ، ثم أحسب الأمل الرياضي $E(X)$. (1 ن)

<u>مادة الرياضيات</u> <u>مدة الإنجاز : 3 ساعات</u>	<u>الإمتحان التجريبي للسنة الثانية</u> <u>بكالوريا علوم تجريبية</u>	<u>نيابة الخميسات</u>
---	--	-----------------------

■ التمرين الثالث: (نقطة و نصف)

في الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقطة $\Omega(2,1,1)$ والمستوى (P)

$$\text{الذي معادلته : } x + 2y - 3z = 10 .$$

- (1)- أكتب معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها Ω و شعاعها $r = 3$. (0,5 ن)
(2)- أحسب $d(\Omega, (P))$ ، ثم إستنتج أن $(S) \cap (P)$ دائرة (C) يتم تحديد مركزها H و شعاعها R . (1 ن)

■ التمرين الرابع: (ثلاث نقط و نصف)

نعتبر في المجموعة \mathbb{C} الحدودية : $P(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i$.

- (1)- بين أن المعادلة $P(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 ينبغي تحديده . (0,25 ن)
(2)- تحقق من أن : $\forall z \in \mathbb{C} : P(z) = (z - z_0)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4)$.
ثم أوجد في المجموعة \mathbb{C} العددين z_1 و z_2 حلي المعادلة : $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$
حيث $\text{Im}(z_2) < 0$. (0,5 ن)
(3)- أكتب على الشكل المثلثي الأعداد العقدية التالية : z_0 و z_1 و z_2 و $z_1 - z_0$ و $z_2 - z_0$. (1,25 ن)
(4)- المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم (O, \vec{u}, \vec{v}) .
أنشيءالنقط $A(z_0)$ و $B(z_1)$ و $C(z_2)$ ، ثم بين أن الرباعي OABC معين . (1,5 ن)