

( ) :

يحتوي صندوق على كرتين بيضاوين و ثلاث كرات حمراء و خمس كرات سوداء .  
نسحب عشوائيا من الصندوق ثلاث كرات بالتتابع مع إحلال .

احسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " الحصول على كرة بيضاء ثم كرة سوداء ثم كرة حمراء "

B " الحصول على كرة من كل لون "

C " عدم سحب كرة سوداء في المرة الأولى و سحب كرة حمراء في المرة الثانية "

D " سحب على الأقل كرة بيضاء . "

0,5 ن

1 ن

0,5 ن

1 ن

التمرين الثاني : ( ثلاث نقط )

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر النقط التالية:

$A(1; -1; 0)$  و  $B(-1; 0; 1)$  و  $C(0; 2; -1)$  .

0,5 ن

0,5 ن

0,25 ن

0,25 ن

0,5 ن

1 ن

1 [ أ - احسب  $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$  .

ب - استنتج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  تمثل مستوى  $(P)$  محددًا بمعادلة ديكارتية له .

2 [ أ - تحقق أن النقطة  $J(0; 1; 0)$  تنتمي إلى المستوى  $-4x - 3y - 5z + 3 = 0$  :  $(Q)$  .

ب - حدد الوضع النسبي للمستويين  $(P)$  و  $(Q)$  .

3 [ أ - حدد معادلة للفلكة  $(S)$  التي أحد أقطارها القطعة  $[BJ]$  .

ب - بين أن المستوى  $(Q)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(C)$  محددًا مركزها و شعاعها .

التمرين الثالث : ( ثلاث نقط )

0,25 ن

0,5 ن

0,25 ن

0,5 ن

0,5 ن

1 ن

1 [ احسب :  $(3+i)^2$  .

2 [ بين أن العددين العقديين  $z_1 = 1 - i$  و  $z_2 = -2 - 2i$  هما حلا المعادلة التالية في  $\square$  :

$$z^2 + (1+3i)z - 4 = 0$$

3 [ أ - تحقق من أن العدد العقدي  $z_0 = 2i$  حل للمعادلة التالية في  $\square$  :

$$(E): z^3 + (1+i)z^2 + (2-2i)z + 8i = 0$$

ب - حل في  $\square$  المعادلة  $(E)$  .

4 [ نعتبر في المستوى العقدي النقط التالية :  $A(z_0)$  و  $B(z_1)$  و  $C(z_2)$  .

أ - حدد الشكل المثلثي للعدد العقدي  $Z = \frac{z_2 - z_1}{z_0 - z_1}$  .

ب - استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

مسألة : ( إحدى عشر نقطة )

الفقرة الأولى :

نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بما يلي :

$$g(x) = 2 \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$$

0,5 ن

0,5 ن

0,5 ن

0,5 ن

1 [ احسب :  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2 [ أ - بين أن :  $g'(x) = -\frac{x+2}{x(x+1)^2}$   $\forall x > 0$

ب - ضع جدول تغيرات الدالة  $g$

3 [ استنتج أن :  $g(x) > 0 \forall x > 0$

الفقرة الثانية :

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$f(x) = \begin{cases} xe^{\frac{1}{x}} & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ x^2 \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) & ; x > 0 \end{cases}$$

وليكن  $(C_f)$  منحناها في المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 [ بين أن الدالة  $f$  متصلة في  $0$

2 [ احسب :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  (ضع  $t = \frac{1}{x}$ ) و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3 [ احسب :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  ؛ ثم أول النتيجة هندسيا

4 [ أ - بين أن :  $\begin{cases} x < 0 \Rightarrow f'(x) = \frac{x-1}{x} e^{\frac{1}{x}} \\ x > 0 \Rightarrow f'(x) = xg(x) \end{cases}$

ب - ضع جدول تغيرات الدالة  $f$

5 [ بين أن المستقيم  $(\Delta): y = x+1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $-\infty$

6 [ أنشئ المنحنى  $(C_f)$  . (نقبل أن المستقيم  $(D): y = x - \frac{1}{2}$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ )

الفقرة الثالثة :

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 1}$  بحيث :  $u_1 = -1$  و  $u_{n+1} = u_n e^{\frac{1}{u_n}}$   $\forall n \geq 1$

0,5 ن

0,5 ن

0,5 ن

1 ن

1 [ بين أن :  $-1 \leq u_n < 0 \forall n \geq 1$

2 [ بين أن المتتالية  $(u_n)$  تزايدية ؛ و استنتج انها متقاربة

3 [ احسب  $\lim u_n$  معللا جوابك