

1	الصفحة	الإمتحان الموحد التجريبي مارس 2008	الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين لجهة تازة - الحسية - تاونات ثانوية أبي يعقوب البادسي الحسيمة
2			
3H	مدة الإنجاز		
7	المعامل	المادة : الرياضيات	
الشعبة : علوم الحياة و الأرض			

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين رقم 1 : (5 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط $A(1,1,0)$ و $B(2,0,-1)$ و $C(0,3,-1)$ و $D(-1,4,0)$

$$1 - أ - حدد إحداثيات $\vec{BA} \wedge \vec{BC}$ 0,75$$

$$ب - بين أن الرباعي ABCD متوازي الأضلاع. 0,5$$

$$ج - حدد مساحة متوازي الأضلاع ABCD 0,5$$

$$2 - ليكن (P) المستوى الذي معادلته : $2x - y - z - 2 = 0$$$

$$أعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من النقطة $\Omega(-2,0,-3)$ والعمودي على (P). 0,5$$

$$3 - أ - أكتب معادلة الفلكة (S) التي مركزها Ω و المماس لـ BCD 0,75$$

$$ب - بين أن تقاطع (P) و (S) دائرة محدد مركزها وشعاعها 1$$

$$ج - ادرس تقاطع الفلكة (S) و المستقيم (CD) 1$$

التمرين رقم 2 : (3 نقط)

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} = \sqrt{U_n + 1} - 1 \quad \text{و} \quad U_0 = e - 1 \quad \text{المعرفة بمايلي :}$$

$$1 - أ - بين أن : $U_n > 0$ لكل n من \mathbb{N} . 0,5$$

$$ب - بين أن المتتالية (U_n) تناقصية و استنتج أنها متقاربة . 0,75$$

$$2 - نعتبر (V_n) المعرفة بمايلي : $V_n = \ln(1 + U_n)$ $\forall n \in \mathbb{N}$$$

$$أ - بين أن (V_n) متتالية هندسية محدد أساسها و حدها الأول ثم حدد تعبير V_n 1$$

$$ب - استنتج U_n بدلالة n ثم أحسب نهاية المتتالية (U_n) . 0,75$$

التمرين رقم 3 : (4 نقط)

$$1 - نعتبر في C : $Z^2 + 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$ (E)$$

$$حدد Z_1 و Z_2 حلي المعادلة (E) 0,75$$

$$2 - نضع $a = 2i$ و $b = -\sqrt{3} + i$ و $c = -\sqrt{3} - i$$$

$$أكتب a و b و c على الشكل المثلي. 0,75$$

3 - في المستوى P المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(\vec{o}, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط

A, B, C التي ألقاها على التوالي هي: a و b و c

أ - حدد قياسا للزاوية (\vec{OA}, \vec{OB}) ثم استنتج طبيعة المثلث OAB 0,75

ب - بين أن الرباعي OABC معين. 0,5

ج - حدد زاوية الدوران Γ الذي مركزه B و يحول النقطة O إلى النقطة A 0,5

د - حدد التمثيل العقدي للدوران Γ ثم استنتج صورة النقطة C بالدوران Γ . 0,75

مسألة

(8 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على R كالتالي :

$$f(x) = \frac{x+1}{e^x} \quad x < 0$$

$$f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right) \quad x \geq 0$$

1 - أ - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 1

ب - أدرس اتصال f على اليمين في $x_0=0$. 0,25

2 - أ - بين أن : $X \geq 0$ 1,5

$$f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \left(\frac{x^2 + x + 1}{x^2} \right) \quad X < 0$$

ب - أعط جدول تغيرات f. 0,75

3 - ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (o, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة : 2cm) .

أ - بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا في اتجاه محور الأفصيل بجوار $+\infty$. 0,5

ب - بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل ل (C) بجوار $-\infty$. 0,75

ج - حدد معادلة المماس ل (C) في النقطة ذات الأفصول -1 0,25

د - أنشئ المنحنى (C) (نأخذ $f(1) \approx 0,9$ و $f(3) \approx 1,8$ و $e^{-1} \approx 0,4$ و $e \approx 2,7$) 1,25

(نقبل أن f قابلة للإشتقاق على اليمين في $x_0=0$ و أن $f'_d(0)=1$)

4 - ليكن g قصور الدالة f على المجال $[0, +\infty[$.

أ - بين أن g تقابل من $[0, +\infty[$ نحو مجال I يجب تحديده. 0,5

ب - أنشئ المنحنى (C') الممثل للدالة g^{-1} في نفس المعلم 0,5

ج - بين أن : $g^{-1}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ لكل x من I 0,75