

1	الصفحة	الإمتحان الموحد التجريبي مارس 2008	الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين لجهة تازة - الحسية - تاونات ثانوية أبي يعقوب البادسي الحسيمة
2			
3H	مدة الإنجاز		
7	المعامل	المادة : الرياضيات	
الشعبة : العلوم الفزيائية			

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين رقم 1 : (3 نقط)

$\forall n \in \mathbb{N}$ نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بمايلي : $U_0 = e - 1$ و $U_{n+1} = \sqrt{U_n + 1} - 1$

أ - بين أن : $U_n > 0$ لكل n من \mathbb{N} . 0,5

ب - بين أن المتتالية (U_n) تناقصية و استنتج أنها متقاربة . 0,75

2 - نعتبر (V_n) المعرفة بمايلي : $\forall n \in \mathbb{N}$ $V_n = \ln(1 + U_n)$

أ - بين أن (V_n) متتالية هندسية محددًا أساسها و حدها الأول ثم حدد تعبير V_n 1

ب - استنتج U_n بدلالة n ثم أحسب نهاية المتتالية (U_n) . 0,75

التمرين رقم 2 : (4 نقط)

1 - نعتبر في C : $Z^2 + 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$ (E)

حدد z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) 0,75

2 - نضع $a = 2i$ و $b = -\sqrt{3} + i$ و $c = -\sqrt{3} - i$

أكتب a و b و c على الشكل المثلثي . 0,75

3 - في المستوى P المنسوب إلى معلم متعامد ومنظم ومباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقط

A, B, C التي ألقاها على التوالي هي : a و b و c

أ - حدد قياسا للزاوية (\vec{OA}, \vec{OB}) ثم استنتج طبيعة المثلث OAB 0,75

ب - بين أن الرباعي $OABC$ معين . 0,5

ج - حدد زاوية الدوران Γ الذي مركزه B و يحول النقطة O إلى النقطة A 0,5

د - حدد التمثيل العقدي للدوران Γ ثم استنتج صورة النقطة C بالدوران Γ . 0,75

التمرين رقم 3 : (3 نقط)

1 - ليكن α عدد حقيقي موجب قطعاً نضع : $I(\alpha) = \int_{\alpha}^1 \left(\frac{1}{x^2} e^{-\frac{1}{x}} \right) dx$

حدد $I(\alpha)$ بدلالة α ثم أحسب $\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} I(\alpha)$ 1

2 - ليكن α عدد حقيقي موجب قطعاً نضع : $J(\alpha) = \int_{\alpha}^1 \left(\frac{1}{x^3} e^{-\frac{1}{x}} \right) dx$

2 باستعمال مكاملة بالأجزاء أ حسب $J(\alpha)$ بدلالة α ثم أ حسب $\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} J(\alpha)$

(10 نقط)

مسألة

نعتبر الدالة f المعرفة على R كالتالي :

$$f(x) = \frac{x+1}{e^{\frac{1}{x}}} \quad x < 0$$

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad x \geq 0$$

1 - أ - أ حسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

0,25 ب - أدرس اتصال f على اليمين في $x_0=0$.

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} \quad x \geq 0 \quad \text{أ - أ - بين أن :} \quad 1,5$$

$$f'(x) = e^{-\frac{1}{x}} \left(\frac{x^2 + x + 1}{x^2} \right) \quad x < 0$$

0,75 ب - أعط جدول تغيرات f .

3 - ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (j, i, o) (الوحدة : 2cm).

0,5 أ - بين أن المنحنى (C) يقبل فرعاً شلجيمياً في اتجاه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$.

0,75 ب - بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل ل (C) بجوار $-\infty$.

0,25 ج - حدد معادلة المماس ل (C) في النقطة ذات الأفضول -1

1,25 د - أنشئ المنحنى (C) (نأخذ $f(1) \approx 0,9$ و $f(3) \approx 1,8$ و $e^{-1} \approx 0,4$ و $e \approx 2,7$)

(نقبل أن f قابلة للإشتقاق على اليمين في $x_0=0$ و أن $f'_d(0)=1$)

4 - ليكن g قصور الدالة f على المجال $[0, +\infty[$.

0,5 أ - بين أن g تقابل من $[0, +\infty[$ نحو مجال I يجب تحديده.

0,5 ب - أنشئ المنحنى (C') الممثل للدالة g^{-1} في نفس المعلم

0,75 ج - بين أن : $g^{-1}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ لكل x من I

1 - أ - أ حسب باستعمال مكاملة بالأجزاء التكامل : $I = \int_0^1 \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) dx$

1 ب - أ حسب مساحة السطح المحصور بين (C) و (C') و المستقيمان المعرفان بالمعادلتين

$$X=1 \quad \text{و} \quad X=0$$