

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x} \cdot e^{-\frac{1}{2x^2}} & \dots x < 0 \\ f(x) = 2\sqrt{x} - x & \dots x \geq 0 \end{cases}$$

الجزء الاول

1- أ- بين ان $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ ب- بين ان f متصلة في 0 0.75

2- أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم اعط تاويلا هندسيا للنتيجة 0.5

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 0.25

3- أ- بين ان $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$ ثم اعط تاويلا هندسيا للنتيجة 0.75

ب- ادرس قابلية اشتقاق f في 0 على اليمين ثم اعط تاويلا هندسيا للنتيجة 0.5

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{1-x^2}{x^4} \cdot e^{-\frac{1}{2x^2}} & \dots x < 0 \\ f'(x) = \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}} & \dots x > 0 \end{cases}$$

4- أ- بين ان 1

ب- انشئ جدول تغيرات f على \mathbb{R} 1

5- ادرس الفرع اللانهائي للدالة f بجوار $+\infty$ 6- اثبت ان $\forall x \in [0,1] f(x) \geq x$ 0.5

7- أ- ادرس تقاطع منحنى الدالة f مع محور الافاصل ب- انشئ المنحنى الممثل للدالة f 1.5

8- حدد الدالة الاصلية للدالة f على المجال $[0; +\infty[$ و التي تنعدم في 1 0.25

الجزء الثاني

لتكن الدالة g قصور f على المجال $I = [0,1]$

1- بين ان g تقابل من I نحو I 2- اكتب $g^{-1}(x)$ بدلالة x حيث $x \in I$ 1

3- انشئ في نفس المعلم منحنى الدالة g^{-1} 0.5

الجزء الثالث

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2\sqrt{u_n} - u_n \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي

1- بين ان $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \leq u_n \leq 1$ 2- بين ان (u_n) تزايدية 1

3- استنتج ان (u_n) متقاربة محددنا نهايتها 0.5

التمرين الثاني 3

1- لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية حدها الاول $u_0 = 1$ و اساسها $q = \frac{1}{2}$

أ- اكتب u_n بدلالة n 0.5

ب- نضع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ اكتب S_n بدلالة n 0.5

2- نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = \ln(u_n)$

أ- بين ان $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية محدها اساسها و حدها الاول 0.75

ب- نضع $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ اكتب S'_n بدلالة n 0.5

ج- نضع $S''_n = u_0 \cdot u_1 \cdot \dots \cdot u_{n-1}$ اثبت ان $\ln(S''_n) = S'_n$ ثم استنتج S''_n بدلالة n 0.75

التمرين الثالث 3.5

1- نعتبر النقط $A(1.4;1)$ $B(0;2;1)$ $C(1;6;0)$

أ- احسب الجداء المتجهي $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج ان النقط $C; B; A$ غير مستقيمة 0.5

ب- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (CBA) 0.5

2- لتكن (S) الفلكة التي مركزها $\Omega(1;1;1)$ و شعاعها 3

أ- حدد معادلة ديكارتية للفلكة (S) ب- احسب $d(\Omega; (ABC))$ مسافة Ω عن (CBA) 1

ج- ليكن (Δ) المستقيم المار من Ω و العمودي على المستوى (CBA) 0.5

حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ)

د- بين ان المستوى (CBA) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة ينبغي تحديد مركزها و شعاعها 1

التمرين الرابع 3.5

1- أ- انشر $(3-i)^2$ ب- حل في \mathbb{C} المعادلة $z^2 - (1-3i)z - 4 = 0$ 1

2- نضع $P(z) = z^3 + (-1+i)z^2 + (2+2i)z + 8i$

أ- احسب $P(2i)$ ب- حدد العددين العقديين b و c حيث 0.75

$$(\forall z \in \mathbb{C}) : P(z) = (z - 2i)(z^2 + bz + c)$$

ج- استنتج حلول المعادلة $P(z) = 0$ 0.25

3- في المستوى العقدي نعتبر النقط $A(-1-i)$ $B(2i)$ $C(2-2i)$

نضع $z_C = 2-2i$ $z_B = 2i$ $z_A = -1-i$

أ- اكتب العدد العقدي $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكلين الجبري و المثلي 0.75

(CBA)