| الشعب : العلوم التجريبية الأصيلة<br>العلوم التجريبية<br>العلوم الزراعية | تصحيح موضوع الامتحان الوطني الموحد<br>للباكالوريا مادة الرياضيات<br>الدورة العادية | الأستاذ : محمد ميسوري |
|---|---|---|

## التمرين الأول :

1 ) 1

$\forall M(x,y,z)\in(S) \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+8=0$

$\Leftrightarrow (x^2-2x)+(y^2-4y)+(z^2-6z)+8=0$

$\Leftrightarrow (x^2-2x+1)-1+(y^2-4y+4)-4+(z^2-6z+9)-9+8=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1+4+9-8$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=6=\sqrt{6}^2$

إذن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,2,3)$ وشعاعها يساوي $r=\sqrt{6}$

2 ) نتحقق أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) 0,75

معادلة المستوى (P) هي : $x-y+2z+1=0$ و $\Omega(1,2,3)$

إذن $d(\Omega,(P))=\dfrac{|1-2+2\times3+1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2}}=\dfrac{6}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}=r$

إذن المستوى (P) مماس للفلكة (S)

3) أ- معادلة المستوى (P) هي: $x-y+2z+1=0$ 0,5

إذن $\vec{n}(1,-1,2)$ منظميه على (P)

لدينا المستقيم $(\Delta)$ عمودي على (P)

إذن $\vec{n}(1,-1,2)$ موجهة ل $(\Delta)$

التمثيل البارامتري ل $(\Delta)$ المار من $\Omega(1,2,3)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{n}(1,-1,2)$ هو :

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}$$

ب- $\omega$ نقطة تما س (P) و(S) هي تقاطع $(\Delta)$ و(P) 0,75

لد ينا معادلة (P) هي $x-y+2z+1=0$ (1)

التمثيل البارامتري ل $(\Delta)$ هو : $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}$ (2)

نعوض (2) في (1) فنحصل على $(1+t)-(2-t)+2(3+2t)+1=0$

$1+t-2+t+6+4t+1=0$

$6t+6=0$

$t=-1$

نعوض قيمة $t=-1$ في المعادلة 2 فنجد $\begin{cases} x=0 \\ y=3 \\ z=1 \end{cases}$ إذن $\omega(0,3,1)$

## التمرن الثاني

1) أ- 0,5

$(3-2i)^2=3^2-2\times3\times2i+(2i)^2$

$=9-12i-4$

$=5-12i$

ب- نحل المعادلة $z^2-2(4+i)z+10+20i=0$ 1

لدينا المميز المختصر للمعادلة هو: $\Delta'=[-(4+i)]^2-1\times(10+20i)$

$=4^2+2\times4\times i+i^2-10-20i$

$$=16+8i-1-10-20i$$
$$=5-12i$$
$$=(3-2i)^2$$

ادن حلي المعادلة هما $z_1=\dfrac{(4+i)-(3-2i)}{1}=1+3i$ و $z_2=\dfrac{(4+i)+(3-2i)}{1}=7-i$

2) أ- 0,5

$$\frac{c-a}{b-a}=\frac{(5+9i)-(1+3i)}{(7-i)-(1+3i)}=\frac{5+9i-1-3i}{7-i-1-3i}=\frac{4+6i}{6-4i}=\frac{2(2+3i)}{2(3-2i)}=\frac{(2+3i)(3+2i)}{(3-2i)(3+2i)}=\frac{6+4i+9i-6}{9+4}=\frac{13i}{13}=i$$

ب- 1

$$AC=|c-a|=|4+6i|=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{16+36}=\sqrt{52}$$
$$AB=|b-a|=|6-4i|=\sqrt{6^2+(-4)^2}=\sqrt{36+16}=\sqrt{52}$$

$$(\vec{AB},\vec{AC})\equiv\arg\left(\frac{c-a}{b-a}\right)[2\pi]$$
$$\equiv\arg(i)[2\pi]$$
$$\equiv\frac{\pi}{2}[2\pi]$$

اذن المثلث ABC متساوي الساقين و قائم الزاوية

## التمرين الثالث:

1) $\forall X\in\mathbb{R}-\{-1\}: x-1+\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{(x-1)(x+1)+1}{x+1}=\dfrac{x^2-1+1}{x+1}=\dfrac{x^2}{x+1}$ 0,5

2) $\displaystyle\int_0^2\frac{x^2}{x+1}dx=\int_0^2\left(x-1+\frac{1}{x+1}\right)dx=\left[\frac{x^2}{2}-x+\ln|x+1|\right]_0^2=\left(\frac{4}{2}-2+\ln 3\right)-(0-0+\ln 1)=\ln 3$ 1

3) نبين أن $\displaystyle\int_0^2 x\ln(x+1)dx=\frac{3}{2}\ln 3$ 1

نضع $\begin{cases}v'(x)=x\\u(x)=\ln(x+1)\end{cases}$ اذن $\begin{cases}v(x)=\dfrac{x^2}{2}\\u'(x)=\dfrac{1}{x+1}\end{cases}$

$$\int_0^2 x\ln(x+1)dx=\left[\frac{x^2}{2}\times\ln(x+1)\right]_0^2-\int_0^2\frac{x^2}{2}\times\frac{1}{x+1}dx$$
$$=\left[\frac{x^2}{2}\times\ln(x+1)\right]_0^2-\frac{1}{2}\int_0^2\frac{x^2}{x+1}dx$$
$$=\left(\frac{2^2}{2}\ln 3\right)-(0\ln 1)-\frac{1}{2}\ln 3$$
$$=2\ln 3-\frac{1}{2}\ln 3$$
$$=\frac{3}{2}\ln 3$$

## التمرين الرابع :

لدينا $card(\Omega)=C_7^3=35$

و $card(A)=C_4^3=4$

اذن $p(A)=\dfrac{card(A)}{card(\Omega)}=\dfrac{4}{35}$ 2,5

لدينا $card(B)=C_3^1\times C_1^1\times C_3^1=3\times1\times3=9$

اذن $p(B)=\dfrac{card(B)}{card(\Omega)}=\dfrac{9}{35}$

لدينا الحالتين التاليتين (0,0,0) أو (1,-1,0)

$$card(C)=C_3^3+C_3^1\times C_1^1\times C_3^1=1+3\times1\times3=10$$

اذن $p(C)=\dfrac{card(C)}{card(\Omega)}=\dfrac{10}{35}=\dfrac{2}{7}$

## مسألة:

I ) $g(x)=e^{-x}+x-1$

1)لدينا $g'(x)=(-x)'e^{-x}+1=-e^{-x}+1$ لكل x من $\mathbb{R}$ 0,75

لدينا $-e^{-x}+1=0\Leftrightarrow e^{-x}=1\Leftrightarrow -x=\ln1=0\Leftrightarrow x=0$

لدينا $-e^{-x}+1\succ0\Leftrightarrow -e^{-x}\succ-1\Leftrightarrow e^{-x}\prec1\Leftrightarrow -x\prec\ln1=0\Leftrightarrow x\succ0$

ادن لكل x من المجال $[0,+\infty[$ لدينا $g'(x)\geq0$ ومنه فان g تزايدية على $[0,+\infty[$

لدينا $-e^{-x}+1\prec0\Leftrightarrow -e^{-x}\prec-1\Leftrightarrow e^{-x}\succ1\Leftrightarrow -x\succ\ln1=0\Leftrightarrow x\prec0$

ادن لكل x من المجال $]-\infty,0]$ لدينا $g'(x)\leq0$ ومنه فان g تناقصية على $]-\infty,0]$

2) لدينا g تناقصية على $]-\infty,0]$ و تزايدية على $[0,+\infty[$

ادن g تقبل قيمة دنيا مطلقة عند 0 أي $\forall x\in\mathbb{R}\ \ g(x)\geq g(0)$ 0,5

اذن $g(x)\geq0$

ومنه $e^{-x}+x-1\geq0$

و بالتالي $e^{-x}+x\geq1$ لكل x من $\mathbb{R}$.

II) (1 $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$ 0,5

$$\forall x\in D_f\Leftrightarrow x+e^{-x}\neq0$$

لدينا من السؤال I) (2 لكل x من $\mathbb{R}$ $e^{-x}+x\geq1$

اذن $D_f=\mathbb{R}$

2) أ- $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}=\dfrac{x}{x(1+\dfrac{e^{-x}}{x})}=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$ 0,25

ب- لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{x}=0^-$ ادن $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{xe^{x}}=-\infty$ 1,5

ومنه فان $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}=0$

لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}xe^{x}=+\infty$ اذن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{xe^{x}}=0$

ومنه فان $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}=1$

التأويل الهندسي :

لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ ادن $(C_f)$ يقبل مقاربا أفقي معادلته y = 0 بجوار ∞-

لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ ادن $(C_f)$ يقبل مقاربا أفقي معادلته y = 1 بجوار ∞+

3) أ- $\forall x\in\mathbb{R}\ \ f'(x)=\dfrac{x'(x+e^{-x})-x(x+e^{-x})'}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$ 0,75

$$=\frac{(x+e^{-x})-x(1-e^{-x})}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$$

$$=\frac{x+e^{-x}-x+xe^{-x}}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$$

$$=\frac{(1+x)e^{-x}}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$$

ب- لدينا $\forall x\in\mathbb{R}\ \ f'(x)==\frac{(1+x)e^{-x}}{\left(x+e^{-x}\right)^2}$ 0,5

لدينا $e^{-x}\succ 0$ و $\left(x+e^{-x}\right)^2\succ 0$ إذن إشارة f '(x) هي إشارة 1 + x

جدول تغيرات الدالة f

| X | -∞ | | -1 | | +∞ |
|---|---|---|---|---|---|
| f '(x) | | - | ϕ | + | |
| f(x) | 0 | ↘ | $\frac{1}{1-e}$ | ↗ | 1 |

4) أ- معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة O هي 0,5

Y=f '(0)(x-0)+f(0)

لدينا f(0) = 0 و f ' (0) = 1

إذن معادلة المماس هي y = x

ب- لدينا: 0,75

$$x-f(x)=x-\frac{x}{x+e^{-x}}=\frac{x(x+e^{-x})-x}{x+e^{-x}}=\frac{x(x+e^{-x}-1)}{x+e^{-x}}=\frac{xg(x)}{g(x)+1}$$

لدينا $g(x)\geq 0$ و $g(x)+1\geq 1$ لكل x من $\mathbb{R}$ إذن إشارة x-f(x) هي إشارة x .

| x | -∞ | | 0 | | +∞ |
|---|---|---|---|---|---|
| x-f(x) | | - | ϕ | + | |

ج- إذا كان $x\succ 0$ فان (C) تحت (Δ) 0,25

إذا كان $x\prec 0$ فان (C) فوق (Δ)

(C) و (Δ) متقاطعان في O(0,0)

5)انظر المنحنى في آخر الموضوع

III )1) نبين أن $0\leq U_n\leq 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

بالنسبة ل n = 0 لدينا $U_0 = 1$ إذن $0\leq U_0\leq 1$ 0,5

الخاصية صحيحة بالنسبة ل n = 0

نفترض أن $0\leq U_n\leq 1$ ونبين أن $0\leq U_{n+1}\leq 1$

لدينا الدالة f تزايدية على $[0,+\infty[$

اذن $f(0)\leq f(U_n)\leq f(1)$

ومنه $\leq 1$ $0\leq U_{n+1}\leq\frac{1}{1+e^{-1}}$ لأن $1\leq 1 + e^{-1}$ إذن $0\leq U_{n+1}\leq 1$

اذن $0\leq U_n\leq 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

2)لدينا من السؤال II)4)ب- لكل $x \geq 0$ لدينا $x - f(x) \geq 0$ 0,5

بما أن $U_n \geq 0$ فان $U_n - f(U_n) \geq 0$ أي $U_n \geq U_{n+1}$

و بالتالي $(U_n)$ تناقصية

3) لدينا $(U_n)$ تناقصية و مصغورة ب 0 إذن فهي متقاربة

$U_{n+1} = f(U_n)$ 0,75

f متصلة على $[0,1]$

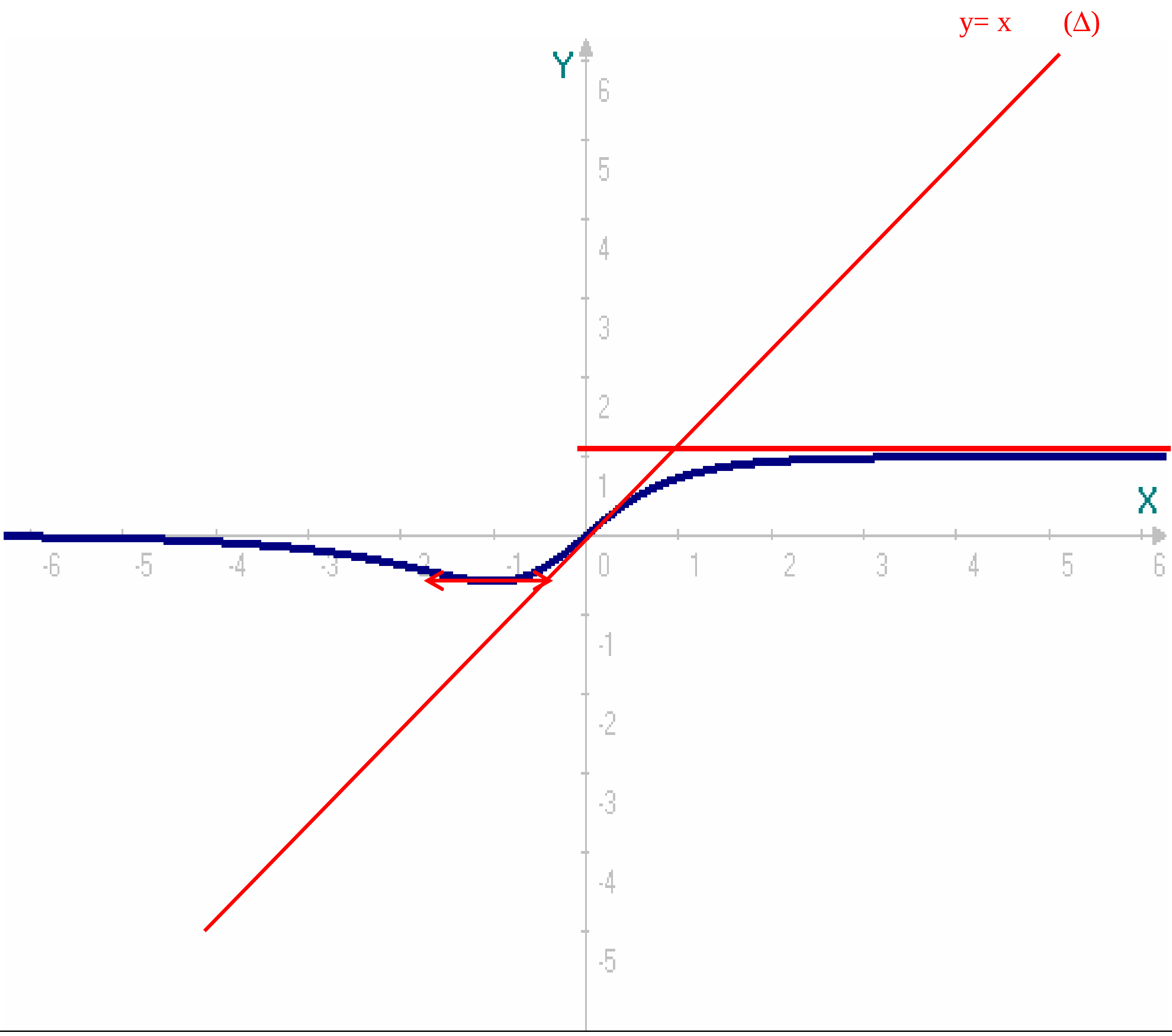
$f([0,1]) \subset [0,1]$

$(U_n)$ متقاربة نهايتها هي حل المعادلة $x = f(x)$

لدينا $x = 0$ هو حل المعادلة $x - f(x) = 0$ من السؤال II)4)ج

اذن $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n = 0$

المنحنى




**من انجاز : ذ محمد ميسوري**