

التمرين الأول : (2.5 ن)

نضع $I = \int_0^1 \frac{t^3}{1+t} dt$ و $J = \int_0^1 t^2 \ln(1+t) dt$

(1) بين أن لكل t من $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ، $\frac{t^3}{1+t} = t^2 - t + 1 - \frac{1}{1+t}$ ، ثم احسب I .

(2) باستعمال مكاملة بالأجزاء احسب J .

التمرين الثاني (4.5 ن)

لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها q ($q > 0$) وحدها الأول $u_0 = 2$ بحيث $u_0 + u_1 + u_2 = \frac{7}{2}$

(1) بين أن أساس المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هو $q = \frac{1}{2}$.

(2) لتكن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي : $v_n = \ln(u_n)$ لكل n من \mathbb{N} .
أ- احسب v_0 ثم بين أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية محددًا أساسها .

ب- نضع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ لكل n من \mathbb{N}^* بين أن $S_n = \frac{n}{2}(-n+3) \ln 2$.

ج- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n يحقق $S_n + 9 \ln 2 \leq 0$.

التمرين الثالث (9 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = xe^{-x} - 1$.

1- احسب النهايات $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x}$.

2- أ- احسب $g'(x)$ لكل x من \mathbb{R} و ادرس إشارتها ثم ضع جدول تغيرات g .

ب- استنتج أن لكل x من \mathbb{R} : $g(x) < 0$.

(II) يهدف هذا الجزء إلى دراسة الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$f(x) = [g(x)]^2$ وذلك باستعمال نتائج الجزء I .

ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وبين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ [لاحظ أن : $\left[\frac{f(x)}{x} = x \left(\frac{g(x)}{x} \right)^2 \right]$

ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة .

(2) أ- اكتب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ و $g'(x)$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} .

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f .

(3) أ- حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 0 .

ب- أنشئ (C) . (نأخذ $\frac{1}{e} \approx 0,36$)

التمرين الرابع (4 ن)

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء و ثلاث كرات سوداء , كلها غير قابلة للتمييز باللمس .
نسحب تأنيا اربع كرات من الكيس .

(1) احسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

A : الكرتان المتبقيتان في الكيس لهما نفس اللون .

B : الكرتان المتبقيتان في الكيس مختلفتا اللون .

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية بالكيس .

أ- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب- احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .