

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2015
- الموضوع -

NS 26

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعبة أو المسلك

تعليمات للمترشح

هام : يتعين على المترشح قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها .

يتكون الموضوع الذي بين يديك من ثلاثة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات، الأولى منها خاصة بالتعليمات التالية :

. 1

- يرجى منك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛
- يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- ينبغي عليك تعليل النتائج (مثلا : عند حساب النهايات، عند حساب الاحتمالات، ...).

. 2

- يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة الوارد في الموضوع؛
- ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛
- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمانا لتيسير عملية التصحيح؛
- تجنب الكتابة بقلم أحمر؛
- تحقق من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

التمرين الأول : (4.5 نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + 1 & ; n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

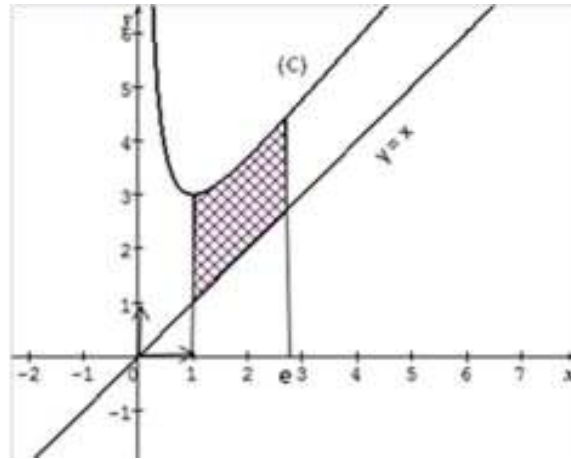
1. احسب u_1 و u_2 0.5
2. بين بالترجع أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n < \frac{5}{4}$ 0.5
3. أ. بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{5}\left(u_n - \frac{5}{4}\right)$ 0.5
ب. استنتج أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية تزايدية وأنها متقاربة. 0.75
4. نضع $v_n = u_n - \frac{5}{4}$ لكل n من \mathbb{N} 0.25
أ. احسب v_0 0.25
ب. بين أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ 0.5
- ج. احسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = \frac{1}{4}\left(5 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right)$ لكل n من \mathbb{N} 1
- د. احسب النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0.5

التمرين الثاني : (11 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{2}{x} + \ln x$
وليكن (C) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

1. أ. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.75
- ب. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = +\infty$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 1.5
2. أ. تحقق أن $f(x) = x + \frac{2+x \ln x}{x}$ لكل x من $]0; +\infty[$ 0.5
ب. احسب $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة. 1
3. أ. احسب $f'(x)$ لكل x من $]0; +\infty[$ 0.5
ب. تحقق أن $f'(x) = \frac{(x-1)(x+2)}{x^2}$ وادرس إشارة التعبير $(x-1)(x+2)$ على كل من المجالين $]0; 1[$ و $]1; +\infty[$ 1

- ج . استنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[1; +\infty[$ و تناقصية على المجال $]0;1]$ 0.5
- د . ضع جدول تغيرات الدالة f 0.5
- 4 . أ . تحقق أن $f''(x) = \frac{4-x}{x^3}$ لكل x من $]0; +\infty[$ 0.75
- ب . ادرس إشارة $f''(x)$ لكل x من $]0; +\infty[$ ثم استنتج أن (C) يقبل نقطة انعطاف I ينبغي تحديد زوج إحداثيتها. 1.5
- 5 . أ . باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^e \ln x \, dx = 1$ 1
- ب . استنتج مساحة الحيز المخدش في الشكل أسفله. 1.5



- التمرين الثالث : (4.5 نقط) (تقدم جميع نتائج هذا التمرين على شكل كسر)
يحتوي كيس على ثمان كرات غير قابلة للتمييز باللمس، ثلاث منها خضراء وخمس منها حمراء.
نسحب من الكيس وفي آن واحد كرتين .
- 1 . بين أن عدد حالات السحب الممكنة هو 28 0.5
- 2 . نعتبر الحدثين A و B التاليين :
- A : " الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون "
- B : " الكرتان المسحوبتان مختلفتا اللون "
- أ . بين أن $p(A) = \frac{13}{28}$ 1
- ب . احسب احتمال الحدث B 1
- 3 . ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الخضراء المسحوبة.
- أ . بين أن $p(X=0) = \frac{10}{28}$ 0.5
- ب . أتمم ملء الجدول أسفله بعد نقله على ورقة تحريرك معللا جوابك . 1

x_i	0	1	2
$p(X=x_i)$	$\frac{10}{28}$		

- ج . احسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X 0.5

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2015
- عناصر الإجابة -

NR 26

2	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
4	المعامل	مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي	الشعبة أو المسلك

التمرين الأول (4.5 نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1	$u_1 = \frac{31}{25}$ و $u_2 = \frac{6}{5}$	0.25 + 0.25	0.5	
2		0.5	0.5	
3. أ		0.5	0.5	
3. ب	$(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تزايدية	0.5	0.75	
	إثبات تقارب $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$	0.25		
4. أ	$v_0 = -\frac{1}{4}$	0.25	0.25	
4. ب		0.5	0.5	
4. ج	$v_n = -\frac{1}{4} \left(\frac{1}{5}\right)^n$	0.5	1	
	$u_n = \frac{1}{4} \left(5 - \left(\frac{1}{5}\right)^n\right)$	0.5		
4. د	التعليل	0.25	0.5	في حالة تقديم النتيجة صحيحة دون تعليل تمنح للمرشح 0.25
	النتيجة	0.25		

التمرين الثاني (11 نقطة)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1. أ	إثبات أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	0.75	0.75	
1. ب	إثبات أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$	0.5	1.5	
	إثبات أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = +\infty$	0.5		
	التأويل الهندسي	0.5		
2. أ	التحقق	0.5	0.5	
2. ب	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty$	0.25	1	
	التعليل	0.5		
	التأويل الهندسي	0.25		

	0.5	0.5	حساب $f'(x)$	3. أ
	1	0.5	التحقق	3. ب
		2x0.25	دراسة الإشارة	
	0.5	2x0.25	الاستنتاج	3. ج
	0.5	0.5	جدول التغيرات	3. د
	0.75	0.75	التحقق	4. أ
	1.5	0.5	دراسة إشارة $f''(x)$	4. ب
		0.5	تعليل وجود نقطة انعطاف	
		0.5	نقطة الانعطاف $I\left(4; \frac{9}{2} + 2 \ln 2\right)$	
	1	1	إثبات أن $\int_1^e \ln x dx = 1$	5. أ
	1.5	0.5	الصيغة المناسبة للتكامل $\int_1^e (f(x) - x) dx$	5. ب
لا يحتسب عدم ذكر وحدة القياس		0.5	$\int_1^e \frac{2}{x} dx = 2$	
		0.5	المساحة 3 u.a	

التمرين الثالث (4.5 نقط)				
السؤال	تفصيل سلم التنقيط	النقط الجزئية	المجموع	ملاحظات
1 .	$C_8^2 = 28$	0.5	0.5	يقبل كل تعليل صحيح
2 . أ	إثبات أن $p(A) = \frac{13}{28}$	1	1	تقبل كل طريقة صحيحة
2 . ب	الصيغة	0.5	1	تقبل كل طريقة صحيحة
	$p(B) = \frac{15}{28}$	0.5		
3 . أ	صيغة $p(X=0)$	0.25	0.5	
	حساب $p(X=0)$	0.25		
3 . ب	صيغة $p(X=1)$	0.25	1	تمنح النقطة كاملة لكل طريقة صحيحة
	$p(X=1) = \frac{15}{28}$	0.25		
	صيغة $p(X=2)$	0.25		
	$p(X=2) = \frac{3}{28}$	0.25		
3 . ج	الصيغة	0.25	0.5	
	$E(X) = \frac{3}{4}$	0.25		