

القدرات المستهدفة

- ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التآلفية و الهندسة المتجهية بواسطة الإحداثيات.
- استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية .

1- إحداثيات متجهة و نقطة "تذكير"نشاط رقم 1

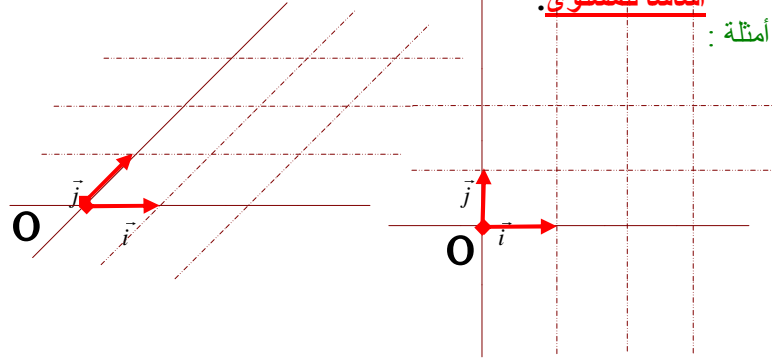
- 1 - حدد إحداثيات المتجهات الموجودة على الشكل .
- 2 - قارن المتجهين \vec{u} و \vec{AB} . ماذا تستنتج بالنسبة لإحداثياتهما ؟

1- أساس مستوى - معلم مستوى :تعريف :

إذا كانت \vec{i} و \vec{j} متجهتين غير مستقيمتين فإن الزوج (\vec{i}, \vec{j}) يسمى

أساسا للمستوى.

أمثلة :



(\vec{i}, \vec{j}) معلم منظم

(\vec{i}, \vec{j}) معلم متعامد منظم

(\vec{i}, \vec{j}) أساس منظم

(\vec{i}, \vec{j}) أساس متعامد منظم

2- إحداثيات متجهةخاصية و تعريف :

ليكن (\vec{i}, \vec{j}) أساسا للمستوى .

لكل متجهة \vec{u} يوجد زوج وحيد (x, y) بحيث $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

الزوج (x, y) يسمى زوج إحداثيات المتجهة \vec{u} و نكتب $\vec{u}(x, y)$.

إذا كانت $\vec{u}(x, y)$ و $\vec{v}(x', y')$ فإن $\vec{v} = \vec{u}$ تكافئ $x = x'$ و $y = y'$.

تمرين تطبيقي رقم 1

1- ABC مثلث و M منتصف $[BC]$ و N نقطة بحيث $\vec{AN} = \frac{3}{2}\vec{AC}$.

حدد إحداثيات المتجهات التالية : \vec{AB} و \vec{AC} و \vec{AM} و \vec{AN} في الأساس (\vec{AB}, \vec{AC}) .

2- نعتبر المتجهين \vec{u} و \vec{v} بحيث $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{v} = (1-x)\vec{i} + 4\vec{j}$.

حدد قيمة x و y بحيث يكون $\vec{u} = \vec{v}$.

3- إحداثيات مجموع متجهتين و ضرب متجهة في عدد حقيقي:نشاط رقم 2

نعتبر في الأساس (\vec{i}, \vec{j}) المتجهين \vec{u} و \vec{v} بحيث $\vec{u}(x, y)$ و $\vec{v}(x', y')$ عدد حقيقي.

أ- أكتب كل من المتجهين \vec{u} و \vec{v} بدلالة المتجهين \vec{i} و \vec{j} .

ب- أكتب المتجهين $\vec{u} + \vec{v}$ و $k\vec{u}$ بدلالة المتجهين \vec{i} و \vec{j} .

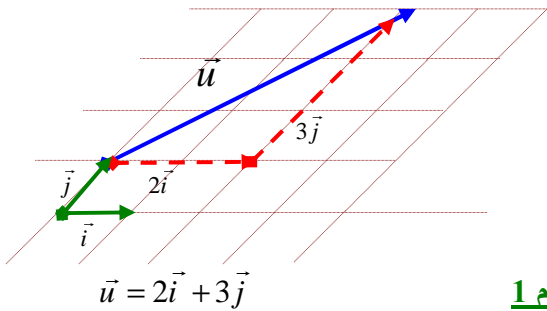
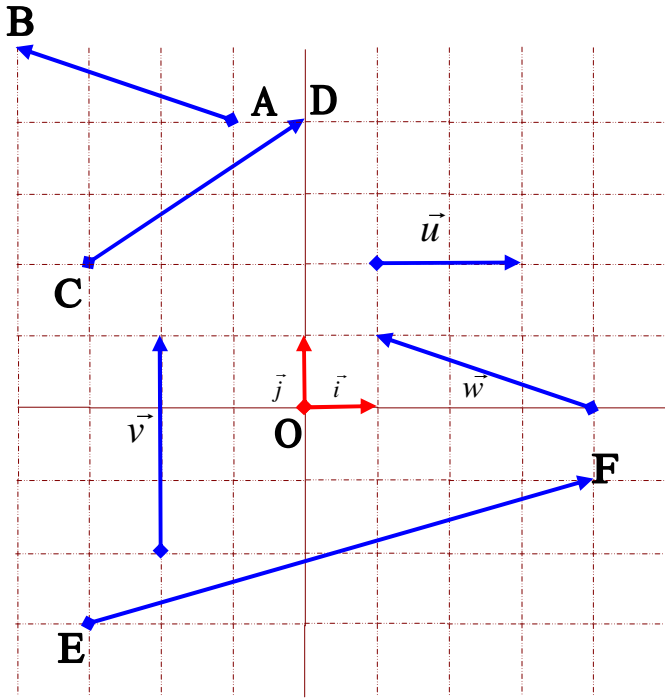
ج- استنتج إحداثيات المتجهين $\vec{u} + \vec{v}$ و $k\vec{u}$ في الأساس (\vec{i}, \vec{j}) .

خاصية :

ليكن (\vec{i}, \vec{j}) أساسا للمستوى و k عددا حقيقيا.

- إذا كان (x, y) و (x', y') هما إحداثيات المتجهين \vec{u} و \vec{v} على التوالي فإن $(x+x', y+y')$ هو زوج إحداثيات المتجهة $\vec{u} + \vec{v}$.

- إذا كان (x, y) هو زوج إحداثيات المتجهة \vec{u} فإن (kx, ky) هو زوج إحداثيات المتجهة $k\vec{u}$.



$$\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$

القدرات المستهدفة

- ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التآلفية و الهندسة المتجهية بواسطة الإحداثيات .
- استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية .

4 - إحداثيتنا نقطة.

نعتبر المستوى (P) منسوب للمعلم المتعامد الممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

حدد إحداثيتي المتجهات التالية : \vec{OA} و \vec{OB} و \vec{OC} و \vec{OD} في الأساس (\vec{i}, \vec{j}) .

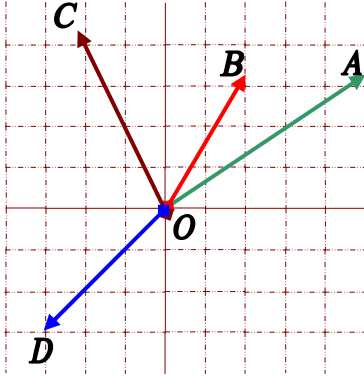
ثم استنتج إحداثيتي النقط A و B و C و D .

تعريف :

ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما بحيث $\vec{OI} = \vec{i}$ و $\vec{OJ} = \vec{j}$.

لكل نقطة M من المستوى يوجد زوج وحيد (x, y) بحيث $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$.

الزوج (x, y) هو زوج إحداثيتي النقطة M في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) و نكتب $M(x, y)$.

نشاط رقم 2

نعتبر النقطتين $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1 - أكتب \vec{OA} و \vec{OB} بدلالة المتجهتين \vec{i} و \vec{j} .

2 - استنتج كتابة للمتجهة \vec{AB} بدلالة \vec{i} و \vec{j} .

3 - لتكن M منتصف القطعة $[AB]$

أ - أكتب المتجهة \vec{OM} بدلالة المتجهتين \vec{OA} و \vec{OB} ثم استنتج إحداثيتي النقطة M .

ب - أكتب المسافة AB بدلالة إحداثيتي النقطتين A و B .

5 - إحداثيتنا متجهة \vec{AB} :

خاصية :

ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما .

إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ فإن $\vec{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$ في الأساس (\vec{i}, \vec{j}) .

6 - إحداثيتنا منتصف قطعة :

خاصية :

إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ و M منتصف القطعة $[AB]$ فإن $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

7 - المسافة بين نقطتين :

خاصية :

ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما متعامدا ممنظما .

إذا كانت $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ فإن $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

تمرين تطبيقي رقم 2

ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما متعامدا ممنظما .

نعتبر النقط $A(-2, 5)$ و $B(1, -3)$ و $C(-1, -2)$ و $D(4, -1)$.

1 - حدد إحداثيتي المتجهتين \vec{OB} و \vec{OD} .

2 - حدد إحداثيتي المتجهتين \vec{AB} و \vec{BD} .

3 - حدد إحداثيتي المتجهتين $3\vec{AC}$ و $\vec{BC} + \vec{AD}$.

4 - حدد إحداثيتي M منتصف القطعة $[BC]$.

5 - أحسب المسافتين AB و BD .

II - مستقيم معرف بنقطة و متجهة موجهة :1 - شرط استقامية متجهتين :نشاط رقم 3

1 - نعتبر المتجهتين \vec{u} و \vec{v} بحيث $\vec{u}(3, -1)$ و $\vec{v}(-9, 3)$ في الأساس (\vec{i}, \vec{j}) .

أ - أكتب المتجهة \vec{v} بدلالة المتجهة \vec{u} .

القدرات المستهدفة

- ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التآلفية و الهندسة المتجهية بواسطة الإحداثيات .
- استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية .

ب - أحسب المحددة $\begin{vmatrix} +3 & -9 \\ -1 & +3 \end{vmatrix}$.

2 - نعتبر المتجهين \vec{u} و \vec{v} بحيث $\vec{u}(-2,5)$ و $\vec{v}(10,-1)$ في الأساس (\vec{i}, \vec{j}) .

أ - هل يمكن إيجاد عدد حقيقي k بحيث $\vec{v} = k\vec{u}$ ؟

ب - أحسب المحددة $\begin{vmatrix} -2 & 10 \\ +5 & -1 \end{vmatrix}$.

3 - ماذا نستنتج ؟

تعريف :

$\vec{u}(x,y)$ و $\vec{v}(x',y')$ متجهتين من المستوى المنسوب إلى الأساس (\vec{i}, \vec{j}) .

\vec{u} و \vec{v} مستقيمتان إذا و فقط إذا كان $xy' - x'y = 0$.

العدد $xy' - x'y$ يسمى محددة المتجهين \vec{u} و \vec{v} بالنسبة للأساس (\vec{i}, \vec{j}) و نكتب : $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y$.

تمرين تطبيقي رقم 3

1 - أدرس استقامية المتجهتين $\vec{u}(-5,6)$ و $\vec{v}(2,-4)$.

2 - حدد قيمة العدد α بحيث تكون $\vec{u}(2\alpha,-1)$ و $\vec{v}(-3\alpha,-4)$ مستقيمتان .

3 - أدرس استقامية المتجهتين $\vec{u}(m,2m)$ و $\vec{v}(1,m)$ حسب قيم البارامتر m .

2 - متجهة موجهة لمستقيم :نشاط رقم 4

نعتبر في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) النقط التالية $A(0,2)$ و $B(-2,1)$ و $C(-6,-1)$ و $E(3,-2)$ و المتجهة $\vec{u}(2,1)$.

1 - حدد إداثيتي المتجهات \vec{AB} و \vec{AC} و \vec{AE} في الأساس (\vec{i}, \vec{j}) .

2 - أدرس استقامية المتجهات \vec{AB} و \vec{AC} و \vec{AE} مع المتجهة \vec{u} .

3 - أرسم النقط $A(0,2)$ و $B(-2,1)$ و $C(-6,-1)$ و $E(3,-2)$ و المستقيم المار من A و B .

4 - ما ذا نستنتج ؟

5 - أوجد العدد الحقيقي k في كل حالة $\vec{AB} = k\vec{u}$ و $\vec{AC} = k\vec{u}$.

5 - لنكن النقطة M بحيث $\vec{AM} = k\vec{u}$, استنتج مجموعة النقط M .

تعريف :

ليكن (D) مستقيم يمر من نقطتين مختلفتين A و B .

كل متجهة غير منعدمة و مستقيمة مع \vec{AB} تسمى متجهة موجهة للمستقيم (D)

و نقول إن (D) يمر من A و موجه بالمتجهة \vec{u} .

تعريف :

لنكن A نقطة من المستوى و \vec{u} متجهة غير منعدمة .

مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق $\vec{AM} = t\vec{u}$ بحيث $t \in \mathbb{R}$ هي المستقيم المار من النقطة A و الموجه بالمتجهة \vec{u}

و نكتب $D(A, \vec{u})$.

3 - تمثيل بارامترى لمستقيم :نشاط رقم 5

نعتبر المستقيم (D) الذي يمر من النقطة $A(-1,3)$ و موجه بالمتجهة $\vec{u}(2,-1)$.

1 - حدد من بين النقط التالية تلك التي تنتمي إلى المستقيم (D) : $B(3,1)$ و $C(2,-4)$ و $E(-3,4)$ و $F(-4,-1)$.

2 - لنكن $M(x,y)$ نقطة تنتمي إلى المستقيم (D)

أ - أوجد علاقة بين \vec{AM} و \vec{u} .

تعريف :

ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما للمستوى (P) . و لنكن النقطة $A(x_0, y_0)$ من المستوى (P) و $\vec{u}(a,b)$ متجهة غير منعدمة .

النظمة $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} t \in \mathbb{R}$ تسمى تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من $A(x_0, y_0)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(a,b)$.

القدرات المستهدفة

- ترجمة مفاهيم و خاصيات الهندسة التآلفية و الهندسة المتجهية بواسطة الإحداثيات .
- استعمال الأداة التحليلية في حل مسائل هندسية .

تمرين تطبيقي رقم 4

1 - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من النقطة $A(3, -2)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(-1, 4)$.

2 - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D') المار من النقطتين $A(-1, 2)$ و $B(-4, -2)$.

4 - معادلة ديكارتية لمستقيم في المستوى:نشاط رقم 6

1 - أ - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من النقطة $A(-2, 5)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(-1, 2)$.
ب - أوجد علاقة بين x و y .

2 - أ - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من النقطة $A(x_A, y_A)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(a, b)$.
ب - أوجد علاقة بين x و y .

خاصية 1 :

ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما للمستوى (P).

كل مستقيم (D) في المستوى له معادلة على الشكل $ax+by+c=0$ بحيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D) .

خاصية 2 :

ليكن (O, \vec{i}, \vec{j}) معلما للمستوى (P) و a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a \neq 0$ أو $b \neq 0$.

مجموعة النقط $M(x, y)$ بحيث $ax+by+c=0$ هي مستقيم موجه بالمتجهة $\vec{u}(-b, a)$

تمرين تطبيقي رقم 5

1 - حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المار من $A(-3, 2)$ و $B(-1, 3)$.

2 - حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المار من $A(1, -3)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(-3, -1)$.

3 - حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) ذو التمثيل البارامتري $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-3t \end{cases} t \in \mathbb{R}$.

4 - حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) ذو المعادلة $3x+y-1=0$.

5 - الأوضاع النسبية لمستقيمين :نشاط رقم 7

1 - ليكن (D) مستقيم يمر من النقطة $A(-3, 2)$ و موجه بالمتجهة $\vec{u}(-3, -1)$ و (D') مستقيم يمر من النقطة $B(-1, 3)$ و موجه بالمتجهة

$\vec{v}(-2, 4)$.

أ - حدد معادلتين ديكارتيين للمستقيمين (D) و (D') .

ب - أحسب $\det(\vec{u}, \vec{v})$ و حل النظمة التالية $\begin{cases} -x+3y=9 \\ 2x+y=1 \end{cases}$. ماذا نستنتج ؟

2 - ليكن (D) مستقيم يمر من النقطة $A(-3, 2)$ و موجه بالمتجهة $\vec{u}(-2, -1)$ و (D') مستقيم يمر من النقطة $B(-1, 3)$ و موجه بالمتجهة $\vec{v}(4, 2)$.

أ - حدد معادلتين ديكارتيين للمستقيمين (D) و (D') .

ب - أحسب $\det(\vec{u}, \vec{v})$ و حل النظمة التالية $\begin{cases} -x+2y=7 \\ 2x-4y=-14 \end{cases}$. ماذا نستنتج ؟

خاصية :

ليكن (D) مستقيم يمر من النقطة A و موجه بالمتجهة \vec{u}

و (D') مستقيم يمر من النقطة B و موجه بالمتجهة \vec{v} .

. إذا كان $\det(\vec{u}, \vec{v}) \neq 0$ فإن المستقيمان (D) و (D') متقاطعان .

. إذا كان $\det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$.

• إذا كانت $A \in (D')$ فإن المستقيمان (D) و (D') منطبقان

• إذا كانت $A \notin (D')$ فإن المستقيمان (D) و (D') متوازيان قطعا

والله المستعان